

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»**

Физико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
И. о. проректора по УР
М. Х. Чанкаев
«29» апреля 2026 г., протокол № 7

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

**Приближенные методы решения интегральных и
дифференциальных уравнений**

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

**44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)**

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки

Математика; Информатика

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Очная/заочная

Карачаевск, 2026

Составитель: доцент кафедры математического анализа доцент Лайпанова З.М.

Фонд оценочных средств составлен в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 г. № 125 с изменениями и дополнениями от 26.11.2020 г., №1456, 8.02.2021 г., №83, основной профессиональной образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки); локальными актами КЧГУ.

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании кафедры математического анализа на 2024-2025 учебный год, протокол № 9 от 07 мая 2024г.

1. Компетенции по дисциплине «Приближенные методы решения интегральных и дифференциальных уравнений»

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ОП ВО	Индикаторы достижения компетенций
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3. Владеет навыками работы с информационными объектами и сетью Интернет, опытом научного поиска, опытом библиографического поиска
ПК-3	Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и мета предметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	ПК-3.1. Знает способы интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.) ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности ПК-3.3. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)

2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций по дисциплине «Приближенные методы решения интегральных и дифференциальных уравнений»

Номер задания	Правильный ответ	Содержание вопроса	Компетенция
Задания закрытого типа с одним правильным ответом			
1.		Какой тип уравнения представляет собой интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода?	УК-1, ПК-3

		$\text{a) } u(x) = f(x) + \int_a^b K(x, y)u(y)dy$ $\text{b) } u(x) = \int_a^b K(x, y)u(y)dy$ $\text{c) } u(x) = f(x) + K(x)u(x)$ $\text{d) } u(x) = \int_a^b f(y)K(x, y)u(y)dy$	
2.		Какой метод используется для нахождения решения интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода? а) Метод конечных разностей б) Метод последовательных приближений в) Метод интегральных преобразований г) Метод вариаций постоянных	УК-1, ПК-3
3.		Какое свойство имеет ядро $K(x, y)$ для обеспечения сходимости метода последовательных приближений? а) Должно быть неограниченным б) Должно быть непрерывным и ограниченным в) Должно быть линейным г) Должно быть симметричным	УК-1, ПК-3
4.		Какой из следующих методов можно использовать для решения интегральных уравнений Вольтерра 2-го рода? а) Метод конечных элементов б) Метод последовательных приближений в) Метод Лапласа г) Метод разностных уравнений	УК-1, ПК-3
5.		Что такое задача Штурма–Лиувилля? а) Дифференциальное уравнение с начальными условиями б) Дифференциальное уравнение с краевыми условиями в) Система алгебраических уравнений г) Интегральное уравнение	УК-1, ПК-3
6.		Как можно построить резольвенту уравнения Фредгольма 2-го рода? а) Через решение однородного уравнения б) Через итерационную схему, используя итерированные ядра в) Через численные методы г) Через преобразование Лапласа	УК-1, ПК-3

Задания закрытого типа с несколькими правильными ответами			
7.		Какое из следующих утверждений верно относительно метода последовательных приближений? а) Метод всегда сходится для любых ядер б) Метод может не сходиться для некоторых ядер в) Метод требует наличия единственного решения г) Метод работает только для линейных интегральных уравнений	УК-1, ПК-3
8.		Какое из следующих уравнений является уравнением Штурма–Лиувилля? а) $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ б) $y'' + y = 0$ в) $y' + a(x)y = f(x)$ г) $y'' + \lambda y = 0$	УК-1, ПК-3
9.		Какова роль резольвенты уравнения Фредгольма 2-го рода? а) Она помогает находить решение уравнения. б) Она является решением однородного уравнения. в) Она используется для преобразования уравнения в другую форму. г) Она может быть выражена через итерированные ядра.	УК-1, ПК-3
10.		Какие из следующих уравнений являются интегральными уравнениями Вольтерра 2-го рода с вырожденным ядром? а) $u(x) = f(x) + \int_a^x K(x, y)u(y)dy$ б) $u(x) = \int_a^x K(x, y)u(y)dy$ в) $u(x) = f(x) + \int_x^b K(x, y)u(y)dy$ г) $u(x) = f(x) + \int_a^b K(x, y)u(y)dy$	УК-1, ПК-3
11.		Что такое функция Грина в контексте задачи Штурма–Лиувилля? (Выберите все подходящие варианты) а) Решение однородного уравнения б) Функция, которая используется для	УК-1, ПК-3

		построения решения не однородного уравнения с) Функция, зависящая от краевых условий д) Константа интегрирования											
12.		Какие уравнения можно решить с помощью резольвенты закрытого типа? а) Уравнения Фредгольма 1-го рода б) Уравнения Вольтерра 1-го рода с) Уравнения Фредгольма 2-го рода д) Уравнения Вольтерра 2-го рода	УК-1, ПК-3										
Задания закрытого типа. Задачи на соответствие													
13.		Сопоставьте термины с их определениями:	УК-1, ПК-3										
		<table><tr><th>Термин</th><th>Определение</th></tr><tr><td>1. Уравнение Фредгольма</td><td>а. Интегральное уравнение с переменным верхним пределом</td></tr><tr><td>2. Уравнение Вольтерра 2-го рода</td><td>б. Интегральное уравнение с фиксированным верхним пределом</td></tr><tr><td>3. Ядро уравнения</td><td>с. Функция, определяющая взаимодействие переменных</td></tr><tr><td>4. Решение уравнения</td><td>д. Функция, удовлетворяющая интегральному уравнению</td></tr></table>		Термин	Определение	1. Уравнение Фредгольма	а. Интегральное уравнение с переменным верхним пределом	2. Уравнение Вольтерра 2-го рода	б. Интегральное уравнение с фиксированным верхним пределом	3. Ядро уравнения	с. Функция, определяющая взаимодействие переменных	4. Решение уравнения	д. Функция, удовлетворяющая интегральному уравнению
		Термин		Определение									
		1. Уравнение Фредгольма		а. Интегральное уравнение с переменным верхним пределом									
		2. Уравнение Вольтерра 2-го рода		б. Интегральное уравнение с фиксированным верхним пределом									
		3. Ядро уравнения		с. Функция, определяющая взаимодействие переменных									
4. Решение уравнения	д. Функция, удовлетворяющая интегральному уравнению												
14.		Сопоставьте термины с их определениями:	УК-1, ПК-3										
		<table><tr><th>Термин</th><th>Определения</th></tr><tr><td>1. Ядро уравнения Фредгольма</td><td>а. $K(x,t)$ с фиксированным t</td></tr><tr><td>2. Ядро уравнения Вольтерра</td><td>б. $K(x,t)$ с переменным t</td></tr><tr><td>3. Применение уравнений Фредгольма</td><td>с. Моделирование процессов в физике</td></tr><tr><td>4. Применение уравнений Вольтерра</td><td>д. Описание временных зависимостей</td></tr></table>		Термин	Определения	1. Ядро уравнения Фредгольма	а. $K(x,t)$ с фиксированным t	2. Ядро уравнения Вольтерра	б. $K(x,t)$ с переменным t	3. Применение уравнений Фредгольма	с. Моделирование процессов в физике	4. Применение уравнений Вольтерра	д. Описание временных зависимостей
		Термин		Определения									
		1. Ядро уравнения Фредгольма		а. $K(x,t)$ с фиксированным t									
		2. Ядро уравнения Вольтерра		б. $K(x,t)$ с переменным t									
		3. Применение уравнений Фредгольма		с. Моделирование процессов в физике									
4. Применение уравнений Вольтерра	д. Описание временных зависимостей												
15.		Сопоставьте термины с их определениями:	УК-1, ПК-3										
		<table><tr><th>Термин</th><th>Определения</th></tr></table>		Термин	Определения								
Термин	Определения												

		<table><tr><td>1. Линейное интегральное уравнение</td><td>a. Уравнение, в котором ядро и функции линейны</td></tr><tr><td>2. Нелинейное интегральное уравнение</td><td>b. Уравнение, содержащее произведения функций</td></tr><tr><td>3. Применение метода итераций</td><td>c. Специальный случай ядра в уравнении Фредгольма</td></tr><tr><td>4. Ядро Грина</td><td>d. Для нахождения решений уравнений</td></tr></table>	1. Линейное интегральное уравнение	a. Уравнение, в котором ядро и функции линейны	2. Нелинейное интегральное уравнение	b. Уравнение, содержащее произведения функций	3. Применение метода итераций	c. Специальный случай ядра в уравнении Фредгольма	4. Ядро Грина	d. Для нахождения решений уравнений					
1. Линейное интегральное уравнение	a. Уравнение, в котором ядро и функции линейны														
2. Нелинейное интегральное уравнение	b. Уравнение, содержащее произведения функций														
3. Применение метода итераций	c. Специальный случай ядра в уравнении Фредгольма														
4. Ядро Грина	d. Для нахождения решений уравнений														
16.		<table><tr><td colspan="2">Сопоставьте термины с их определениями:</td></tr><tr><td>Термин</td><td>Определения</td></tr><tr><td>1. Задача Штурма-Лиувилля</td><td>a. Функции, соответствующие собственным значениям</td></tr><tr><td>2. Собственные значения</td><td>b. Значения, при которых уравнение имеет нетривиальное решение</td></tr><tr><td>3. Собственные функции</td><td>c. Оператор второго порядка с заданными граничными условиями</td></tr><tr><td>4. Граничные условия</td><td>d. Условия, задаваемые на границах области определения</td></tr></table>	Сопоставьте термины с их определениями:		Термин	Определения	1. Задача Штурма-Лиувилля	a. Функции, соответствующие собственным значениям	2. Собственные значения	b. Значения, при которых уравнение имеет нетривиальное решение	3. Собственные функции	c. Оператор второго порядка с заданными граничными условиями	4. Граничные условия	d. Условия, задаваемые на границах области определения	УК-1, ПК-3
Сопоставьте термины с их определениями:															
Термин	Определения														
1. Задача Штурма-Лиувилля	a. Функции, соответствующие собственным значениям														
2. Собственные значения	b. Значения, при которых уравнение имеет нетривиальное решение														
3. Собственные функции	c. Оператор второго порядка с заданными граничными условиями														
4. Граничные условия	d. Условия, задаваемые на границах области определения														
17.		<table><tr><td colspan="2">Сопоставьте термины с их определениями:</td></tr><tr><td>Термин</td><td>Определения</td></tr><tr><td>1. Уравнение Фредгольма с вырожденным ядром</td><td>a. Уравнение, где ядро не зависит от одной переменной</td></tr><tr><td>2. Уравнение Вольтерра с вырожденным ядром</td><td>b. Уравнение с зависимостью от разности переменных</td></tr><tr><td>3. Ядро в интегральном уравнении</td><td>c. Функция, которая определяет взаимодействие переменных</td></tr><tr><td>4. Существование решений</td><td>d. Условие, при котором интегральное уравнение имеет решение</td></tr></table>	Сопоставьте термины с их определениями:		Термин	Определения	1. Уравнение Фредгольма с вырожденным ядром	a. Уравнение, где ядро не зависит от одной переменной	2. Уравнение Вольтерра с вырожденным ядром	b. Уравнение с зависимостью от разности переменных	3. Ядро в интегральном уравнении	c. Функция, которая определяет взаимодействие переменных	4. Существование решений	d. Условие, при котором интегральное уравнение имеет решение	УК-1, ПК-3
Сопоставьте термины с их определениями:															
Термин	Определения														
1. Уравнение Фредгольма с вырожденным ядром	a. Уравнение, где ядро не зависит от одной переменной														
2. Уравнение Вольтерра с вырожденным ядром	b. Уравнение с зависимостью от разности переменных														
3. Ядро в интегральном уравнении	c. Функция, которая определяет взаимодействие переменных														
4. Существование решений	d. Условие, при котором интегральное уравнение имеет решение														

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности			
18.		Установите правильную последовательность шагов для решения задачи Штурма–Лиувилля: 1. Определение собственных значений 2. Запись уравнения Штурма–Лиувилля 3. Применение краевых условий 4. Нахождение собственных функций	УК-1, ПК-3
19.		Установите правильную последовательность шагов для построения резольвенты уравнения Фредгольма 2-го рода. 1. Определите ядро интегрального уравнения 2. Примените итерационную схему 3. Найдите неоднородный член 4. Получите выражение резольвенты	УК-1, ПК-3
20.		Установите правильную последовательность характеристик функций, используемых в интегральных уравнениях: 1. Непрерывность 2. Ограниченность 3. Дифференцируемость 4. Интегрируемость	УК-1, ПК-3
21.		Установите правильную последовательность применения метода последовательных приближений: 1. Определение начального приближения 2. Итерация до достижения сходимости 3. Проверка результатов 4. Завершение процесса	УК-1, ПК-3
22.		Установите правильную последовательность шагов при использовании функции Грина для решения задачи: 1. Определение краевых условий 2. Построение функции Грина 3. Интеграция с не однородным членом 4. Нахождение полного решения	УК-1, ПК-3
Задания открытого типа на дополнение			

23.	1.	Характеристики функций, используемых в интегральных уравнениях: 1. Непрерывность: _____. 2. Ограниченность: _____. 3. Дифференцируемость: _____. 4. Интегрируемость: _____.	УК-1, ПК-3
24.		Что такое функция Грина, и какова её роль в решении задач Штурма–Лиувилля?	УК-1, ПК-3
25.		Интегральные уравнения применяются в математической физике для: Моделирования _____. Решения задач о _____. Определения _____. Оптимизации _____.	УК-1, ПК-3
26.		Запишите метод, о котором идёт речь Итерационный процесс, в котором каждое новое приближение зависит от предыдущего, и оно вычисляется с использованием заданного интегрального уравнения до достижения заданной точности.	УК-1, ПК-3
27.		Запишите задачу, о которой идёт речь Классическая задача в математическом анализе, состоящая в нахождении собственных значений и собственных функций линейного дифференциального оператора	УК-1, ПК-3
Задания открытого типа с развернутым ответом			
28.		Опишите последовательность шагов для построения резольвенты уравнения Фредгольма 2-го рода.	УК-1, ПК-3
29.		Объясните, как можно использовать функцию Грина для решения системы дифференциальных уравнений.	УК-1, ПК-3
30.		Один из методов решения интегральных уравнений с вырожденным ядром — это:	УК-1, ПК-3
31.		Интегральные уравнения могут быть преобразованы в:	УК-1, ПК-3

32.		Условия существования решений интегрального уравнения включают:	УК-1, ПК-3
-----	--	--	------------